

Δομή Περιγραμμάτων Μαθημάτων ΔΜΠΣ Μαθηματικής Προτυποποίησης

ΠΕΡΙΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

(1) ΓΕΝΙΚΑ

ΣΧΟΛΗ	ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ		
ΤΜΗΜΑ	ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ		
ΕΠΙΠΕΔΟ ΣΠΟΥΔΩΝ	Μεταπτυχιακό		
ΔΠΜΣ	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΤΥΠΟΠΟΙΗΣΗ ΣΕ ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ ΚΑΙ ΤΗ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ		
ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ	9548	ΕΞΑΜΗΝΟ ΣΠΟΥΔΩΝ	2
ΤΙΤΛΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ	Θεωρία Κόμβων, Τοπολογία Χαμηλών Διαστάσεων και Εφαρμογές		
ΑΥΤΟΤΕΛΕΙΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ <i>σε περίπτωση που οι πιστωτικές μονάδες απονέμονται σε διακριτά μέρη του μαθήματος π.χ. Διαλέξεις, Εργαστηριακές Ασκήσεις κ.λπ. Αν οι πιστωτικές μονάδες απονέμονται ενιαία για το σύνολο του μαθήματος αναγράψτε τις εβδομαδιαίες ώρες διδασκαλίας και το σύνολο των πιστωτικών μονάδων</i>	ΕΒΔΟΜΑΔΙΑΙΕΣ ΩΡΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ	ΠΙΣΤΩΤΙΚΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ	
Διαλέξεις – Ασκήσεις	4	ECTS 8	
Εργαστήριο			
Εργασίες	ΝΑΙ		
<i>Προσθέστε σειρές αν χρειαστεί. Η οργάνωση διδασκαλίας και οι διδακτικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται περιγράφονται αναλυτικά στο (4).</i>			
ΤΥΠΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ <i>γενικού υποβάθρου, ειδικού υποβάθρου, ειδίκευσης γενικών γνώσεων, ανάπτυξης δεξιοτήτων</i>	ΔΙΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΑ		
ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ:	Βασική άλγεβρα (Γραμμική Άλγεβρα & Αναλυτική Γεωμετρία, Θεωρία Ομάδων), Βασική σημειοσυνολοθεωρητική τοπολογία.		
ΓΛΩΣΣΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ και ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ:	ΕΛΛΗΝΙΚΗ ή ΑΓΓΛΙΚΗ (στην περίπτωση μη ελληνόφωνου κοινού)		
ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΠΡΟΣΦΕΡΕΤΑΙ ΣΕ ΦΟΙΤΗΤΕΣ ERASMUS	ΝΑΙ		
ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗ ΣΕΛΙΔΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ (URL)	https://helios.ntua.gr/course/view.php?id=5359		

(2) ΜΑΘΗΣΙΑΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Μαθησιακά Αποτελέσματα

Περιγράφονται τα μαθησιακά αποτελέσματα του μαθήματος οι συγκεκριμένες γνώσεις, δεξιότητες και ικανότητες καταλλήλου επιπέδου που θα αποκτήσουν οι φοιτητές μετά την επιτυχή ολοκλήρωση του μαθήματος.

Συμβουλευτείτε το Παράρτημα Α

- Περιγραφή του Επιπέδου των Μαθησιακών Αποτελεσμάτων για κάθε ένα κύκλο σπουδών σύμφωνα με το Πλαίσιο Προσόντων του Ευρωπαϊκού Χώρου Ανώτατης Εκπαίδευσης
- Περιγραφικοί Δείκτες Επιπέδων 6, 7 & 8 του Ευρωπαϊκού Πλαισίου Προσόντων Διά Βίου Μάθησης και το Παράρτημα Β
- Περιληπτικός Οδηγός συγγραφής Μαθησιακών Αποτελεσμάτων

Γνώσεις:

Η ιστοπία ως σχέση ισοδυναμίας στη Θεωρία Κόμβων και η διακριτοποίησή της. Κλασικές αναλλοίωτες κόμβων και κρίκων (τριχρωματισιμότητα, αριθμός περιέλιξης Gauss, πολυώνυμο Alexander). Βασικά της Αλγεβρικής Τοπολογίας. Η ταξινόμηση των επιφανειών. Επιφάνειες κόμβων και κρίκων. Η ταξινόμηση των ρητών κόμβων και η αναδιάταξη του DNA. Η ομάδα των πλεξίδων του Artin και αλγεβρικές ισοδυναμίες κόμβων. Το πολυώνυμο Jones μέσω των αλγεβρών Temperley-Lieb και Hecke. Το πολυώνυμο Kauffman bracket και συσχέτιση με πολυώνυμο γραφημάτων και τη Στατιστική Μηχανική. Εφαρμογές της Θεωρίας Κόμβων στα εμφυτευμένα γραφήματα και μοριακά γραφήματα. Δυσκότητα κόμβων και επιπέδων γραφημάτων. Επέκταση σε άλλες διαγραμματικές θεωρίες. Η κατασκευή τρισδιάστατων χώρων από κόμβους, μέσω της τοπολογικής χειρουργικής. Ομοιομορφισμός 3-πολλαπλοτήτων, ισοδυναμία Kirby, η αναλλοίωτη Witten.

Δεξιότητες:

Με την επιτυχή ολοκλήρωση του μαθήματος ο φοιτητής/τρια θα είναι σε θέση να:

- Κατανοήσει τους συσχετισμούς και την συνάφεια της Θεωρίας Κόμβων με άλλους κλάδους των Μαθηματικών (όπως Θεωρία Αριθμών, Θεωρία Γραφημάτων, Άλγεβρα, Θεωρία 3-πολλαπλοτήτων).
- Υπολογίζει αναλλοίωτες κόμβων και κρίκων, και μέσω αυτών να ξεχωρίζει κόμβους και κρίκους μεταξύ τους.
- Εφαρμόσει τεχνικές διακριτών Μαθηματικών και Άλγεβρας σε προβλήματα της Θεωρίας Κόμβων.
- Εξηγήσει κάποια φαινόμενα μέσω εφαρμογών της Θεωρίας Κόμβων (όπως αναδιάταξη του DNA, μοντέλο Potts για το λιώσιμο του πάγου).
- Προβλέπει την εξέλιξη ενός περάματος αναδιάταξης DNA, αξιολογεί καταλληλότητα κατασκευής κάποιων μοριακών γραφημάτων.
- Γενικεύσει αποτελέσματα σε άλλες διαγραμματικές θεωρίες.
- Παραγάγει αποδείξεις θεωρημάτων σε άλλες διαγραμματικές θεωρίες.

Γενικές Ικανότητες

Λαμβάνοντας υπόψη τις γενικές ικανότητες που πρέπει να έχει αποκτήσει ο πτυχιούχος (όπως αυτές αναγράφονται στο Παράρτημα Διπλώματος και παρατίθενται ακολούθως) σε ποια / ποιες από αυτές αποσκοπεί το μάθημα:

Αναζήτηση, ανάλυση και σύνθεση δεδομένων και πληροφοριών, με τη χρήση και των απαραίτητων τεχνολογιών

Προσαρμογή σε νέες καταστάσεις

Λήψη αποφάσεων

Αυτόνομη εργασία

Σχεδιασμός και διαχείριση έργων

Σεβασμός στη διαφορετικότητα και στην πολυπολιτισμικότητα

Σεβασμός στο φυσικό περιβάλλον

Επίδειξη κοινωνικής, επαγγελματικής και ηθικής υπευθυνότητας

και ευαισθησίας σε θέματα φύλου

Άσκηση κριτικής και αυτοκριτικής

Ομαδική εργασία

Εργασία σε διεθνές περιβάλλον

Εργασία σε διεπιστημονικό περιβάλλον

Παράγωγή νέων ερευνητικών ιδεών

Προαγωγή της ελεύθερης, δημιουργικής και επαγωγικής σκέψης

.....

Άλλες...

.....

Ικανότητες:

Με την επιτυχή παρακολούθηση του μαθήματος καλλιεργείται η ικανότητα για:

- Αυτόνομη εργασία (δευτερευόντως, ομαδική εργασία, μέσω της ανάθεσης συλλογικών εργασιών).
- Αναζήτηση στην διεθνή βιβλιογραφία και στο διαδίκτυο της επιστημονικής πληροφορίας.
- Ανάλυση μαθηματικών προβλημάτων, σύνθεση πληροφοριών, χρήση μαθηματικών εργαλείων και επίλυση προβλημάτων με χρήση αυστηρά επιστημονικών μεθόδων.
- Συνδυαστική σκέψη με σκοπό την επιλογή της συντομότερης και κομψότερης λύσης ενός μαθηματικού προβλήματος ή της προσέγγισης μιας εφαρμογής.
- Δημιουργική και επαγωγική σκέψη μέσω των αποδεικτικών μεθόδων που χρησιμοποιούνται στην απόδειξη των σχετικών θεωρημάτων.
- Σχεδίαση και ανάπτυξη μαθηματικών εργαλείων για χρήση σε τομείς εφαρμογών.
- Επαφή με ερευνητικά προβλήματα.

[Καταγράψτε τις γενικές ικανότητες που αναμένονται να αναπτυχθούν με την ολοκλήρωση του μαθήματος, μη-συσχετιζόμενες τόσο άμεσα με το αντικείμενο του μαθήματος, όσο μάλλον με τις μεθόδους, τις τεχνικές/προσεγγίσεις, και τις διδακτικές και άλλες στρατηγικές που αξιοποιούνται]

(3) ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

- Εισαγωγή σε έννοιες της Τοπολογίας, ιστορικά στοιχεία της Θεωρίας Κόμβων. Οι κόμβοι και οι κρίκοι είναι εμφυτεύσεις του κύκλου στο χώρο και η μελέτη τους έχει ως κύριο στόχο την ταξινόμησή τους. Αυτό είναι ένα από τα ανοικτά προβλήματα των Μαθηματικών. Η έννοια της ισοτοπίας ως σχέση ισοδυναμίας στη Θεωρία Κόμβων και η διακριτοποίησή της μέσω του Θεωρήματος Reidemeister.
- Κλασικές αναλλοίωτες κόμβων και κρίκων, όπως η τριχρωματισιμότητα, ο αριθμός περιέλιξης, η ορίζουσα και το πολυώνυμο Alexander.
- Βασικές έννοιες της Αλγεβρικής Τοπολογίας, η θεμελιώδης ομάδα του κύκλου, η θεμελιώδης ομάδα ενός κόμβου, η παράσταση Wirtinger.
- Η ταξινόμηση των επιφανειών κατά Euler. Οι επιφάνειες Seifert κόμβων και κρίκων και το γένος ενός κόμβου.
- Ρητές πεδικλώσεις και η ταξινόμησή τους από τους ρητούς αριθμούς. Η ταξινόμηση των ρητών κόμβων και εφαρμογές στην αναδιάταξη του DNA.
- Η δυϊκή σχέση κόμβων και επίπεδων γραφημάτων και μια εφαρμογή στα ηλεκτρικά κυκλώματα.
- Εφαρμογές της Θεωρίας Κόμβων στα εμφυτευμένα γραφήματα (Θεώρημα Conway-Gordon). Εφαρμογές της Θεωρίας Κόμβων σε μοριακά γραφήματα και στη θεωρία των πολυμερών.
- Το πολυώνυμο Kauffman bracket και η αλληλεπίδραση της θεωρίας με πολυώνυμα γραφημάτων και τη Στατιστική Μηχανική.

- Η αλγεβρική δομή της ομάδας των πλεξίδων του Artin. Κόμβοι, κρίκοι και πλεξίδες: το Θεώρημα Alexander και ισοδυναμίες πλεξίδων (Θεώρημα Markov).
- Το πολυώνυμο Jones και το πολυώνυμο HOMFLYPT μέσω των αλγεβρών Temperley-Lieb και Hecke.
- Γενικεύσεις σε άλλες διαγραμματικές θεωρίες (singular, virtual, knotoids, periodic boundary conditions).
- Η τοπολογική χειρουργική και η κατασκευή τρισδιάστατων χώρων από κόμβους μέσω αυτής. Εφαρμογές της χειρουργικής σε δυναμικά συστήματα και σε φυσικές διεργασίες.
- Το Θεώρημα Kirby και η αναλλοίωτη Witten τρισδιάστατων πολλαπλοτήτων (κατά Lickorish) μέσω του πολυωνύμου Jones.

(4) ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ και ΜΑΘΗΣΙΑΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ - ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

ΤΡΟΠΟΣ ΠΑΡΑΔΟΣΗΣ <i>Πρόσωπο με πρόσωπο, Εξ αποστάσεως εκπαίδευση κ.λπ.</i>	Δια ζώσης διδασκαλία (πρόσωπο με πρόσωπο)																			
ΧΡΗΣΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ <i>Χρήση Τ.Π.Ε. στη Διδασκαλία, στην Εργαστηριακή Εκπαίδευση, στην Επικοινωνία με τους φοιτητές</i>	Χρήση Τ.Π.Ε. στην Παρουσίαση Εκπαιδευτικού Υλικού, στην Επικοινωνία με τους Φοιτητές [πρόγραμμα μαθημάτων, Σημειώσεις, Εργασίες (ανάθεση εργασιών από διδάσκοντα και υποβολή εργασιών από τους σπουδαστές)].																			
ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ <i>Περιγράφονται αναλυτικά ο τρόπος και μέθοδοι διδασκαλίας. Διαλέξεις, Σεμινάρια, Εργαστηριακή Άσκηση, Άσκηση Πεδίου, Μελέτη & ανάλυση βιβλιογραφίας, Φροντιστήριο, Πρακτική (Τοποθέτηση), Κλινική Άσκηση, Καλλιτεχνικό Εργαστήριο, Διαδραστική διδασκαλία, Εκπαιδευτικές επισκέψεις, Εκπόνηση μελέτης (project), Συγγραφή εργασίας / εργασιών, Καλλιτεχνική δημιουργία, κ.λπ.</i> <i>Αναγράφονται οι ώρες μελέτης του φοιτητή για κάθε μαθησιακή δραστηριότητα καθώς και οι ώρες μη καθοδηγούμενης μελέτης σύμφωνα με τις αρχές του ECTS</i>	<table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="700 976 1034 1034">Δραστηριότητα</th> <th data-bbox="1034 976 1378 1034">Φόρτος Εργασίας Εξαμήνου</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="700 1034 1034 1070">Διαλέξεις</td> <td data-bbox="1034 1034 1378 1070">(4x13=) 52</td> </tr> <tr> <td data-bbox="700 1070 1034 1106">Μελέτη</td> <td data-bbox="1034 1070 1378 1106">40</td> </tr> <tr> <td data-bbox="700 1106 1034 1142">Εργασίες κατ' οίκον</td> <td data-bbox="1034 1106 1378 1142">12</td> </tr> <tr> <td data-bbox="700 1142 1034 1178">Εργαστήριο</td> <td data-bbox="1034 1142 1378 1178">-</td> </tr> <tr> <td data-bbox="700 1178 1034 1258">Εκπόνηση/Παρουσίαση Εργασίας</td> <td data-bbox="1034 1178 1378 1258">20</td> </tr> <tr> <td data-bbox="700 1258 1034 1294"> </td> <td data-bbox="1034 1258 1378 1294"> </td> </tr> <tr> <td data-bbox="700 1294 1034 1330"> </td> <td data-bbox="1034 1294 1378 1330"> </td> </tr> <tr> <td data-bbox="700 1330 1034 1366">Σύνολο Μαθήματος</td> <td data-bbox="1034 1330 1378 1366">124</td> </tr> </tbody> </table>	Δραστηριότητα	Φόρτος Εργασίας Εξαμήνου	Διαλέξεις	(4x13=) 52	Μελέτη	40	Εργασίες κατ' οίκον	12	Εργαστήριο	-	Εκπόνηση/Παρουσίαση Εργασίας	20					Σύνολο Μαθήματος	124	
Δραστηριότητα	Φόρτος Εργασίας Εξαμήνου																			
Διαλέξεις	(4x13=) 52																			
Μελέτη	40																			
Εργασίες κατ' οίκον	12																			
Εργαστήριο	-																			
Εκπόνηση/Παρουσίαση Εργασίας	20																			
Σύνολο Μαθήματος	124																			
ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΦΟΙΤΗΤΩΝ <i>Περιγραφή της διαδικασίας αξιολόγησης</i> <i>Γλώσσα Αξιολόγησης, Μέθοδοι αξιολόγησης, Διαμορφωτική ή Συμπερασματική, Δοκιμασία Πολλαπλής Επιλογής, Ερωτήσεις Σύντομης Απάντησης, Ερωτήσεις Ανάπτυξης Δοκιμών, Επίλυση Προβλημάτων, Γραπτή Εργασία, Έκθεση / Αναφορά, Προφορική Εξέταση, Δημόσια Παρουσίαση, Εργαστηριακή Εργασία, Κλινική Εξέταση Ασθενούς, Καλλιτεχνική Ερμηνεία, Άλλη / Άλλες</i> <i>Αναφέρονται ρητά προσδιορισμένα κριτήρια αξιολόγησης και εάν και που είναι προσβάσιμα από τους φοιτητές.</i>	Γλώσσα Αξιολόγησης: Ελληνικά (για μη ελληνόφωνες φοιτητές: Αγγλικά) Εργασία κατ' Οίκον: 20% Γραπτή Εξέταση (επίλυση προβλημάτων): 50% Εκπόνηση/Παρουσίαση Εργασίας: 30% (Να υπάρχει ρητή αναφορά των παραπάνω κριτηρίων στο helios)																			

(5) ΣΥΝΙΣΤΩΜΕΝΗ-ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

-Προτεινόμενη Βιβλιογραφία :

1. Σημειώσεις μαθήματος
2. M. Crossley, *Essential Topology*, Springer Undergraduate Math Series.
3. Hatcher, *Algebraic Topology*, Cambridge.

4. C.C. Adams, *The Knot Book*, Freeman.
5. G. Burde and R. Zieschang, *Knots*, De Gruyter.
6. D. Rolfsen, *Knots and Links*, Publish or Perish, 1974.
7. W.B.R. Lickorish, *An Introduction to Knot Theory*, Springer.
8. L.H. Kauffman, *Knots and Physics*, World Scientific.
9. E. Flapan, *When Topology meets Chemistry*, Outlooks, Cambridge University Press.
10. V.V. Prasolov, A.B. Sossinsky, *Knots, Links, Braids and 3-manifolds*, Translations of Mathematical Monographs, vol. 154, AMS.

-Συναφή επιστημονικά περιοδικά: [1-2 Εθνικά ή Διεθνή περιοδικά συναφή με το αντικείμενο του μαθήματος]

1. Journal of Knot Theory and its Ramifications, World Scientific.
2. Topology and its Applications, Elsevier.

Συγκεκριμένα άρθρα:

1. V.F.R. Jones, Hecke algebra representations of braid groups and link polynomials, *Annals of Mathematics*, 126, 1987.
2. L.H. Kauffman, S. Lambropoulou, The classification of rational knots, *L' Enseignement Mathématique*, 49, 2003.
3. S. Lambropoulou, C.P. Rourke, Markov's theorem in 3-manifolds, *Topology and its Appl.*, 78, 1997.
4. D.W. Sumners, Untangling DNA, *Mathematical Intelligencer*, 12(3), 1990.