

# Δομή Περιγραμμάτων Μαθημάτων ΔΜΠΣ

## ΠΕΡΙΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

### (1) ΓΕΝΙΚΑ

<b>ΣΧΟΛΗ</b>	ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ		
<b>ΤΜΗΜΑ</b>	ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ		
<b>ΕΠΙΠΕΔΟ ΣΠΟΥΔΩΝ</b>	Μεταπτυχιακό		
<b>ΔΠΜΣ</b>	Μαθηματική Προτυποποίηση σε Σύγχρονες Τεχνολογίες και τη Χρηματοοικονομική		
<b>ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ</b>	<b>9504</b>	<b>ΕΞΑΜΗΝΟ ΣΠΟΥΔΩΝ</b>	<b>1ο</b>
<b>ΤΙΤΛΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ</b>	Θεωρία Πιθανοτήτων		
<b>ΑΥΤΟΤΕΛΕΙΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ</b> <i>σε περίπτωση που οι πιστωτικές μονάδες απονέμονται σε διακριτά μέρη του μαθήματος π.χ. Διαλέξεις, Εργαστηριακές Ασκήσεις κ.λπ. Αν οι πιστωτικές μονάδες απονέμονται ενιαία για το σύνολο του μαθήματος αναγράψτε τις εβδομαδιαίες ώρες διδασκαλίας και το σύνολο των πιστωτικών μονάδων</i>	<b>ΕΒΔΟΜΑΔΙΑΙΕΣ ΩΡΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ</b>	<b>ΠΙΣΤΩΤΙΚΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ</b>	
Διαλέξεις – Ασκήσεις	4	8	
Εργαστήριο	-		
Εργασίες	-		
<i>Προσθέστε σειρές αν χρειαστεί. Η οργάνωση διδασκαλίας και οι διδακτικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται περιγράφονται αναλυτικά στο (δ).</i>			
<b>ΤΥΠΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ</b> <i>γενικού υποβάθρου, ειδικού υποβάθρου, ειδίκευσης γενικών γνώσεων, ανάπτυξης δεξιοτήτων</i>	ΓΕΝΙΚΟΥ ΥΠΟΒΑΘΡΟΥ (για μαθήματα Κορμού)		
<b>ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ:</b>	[ΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ ΓΝΩΣΕΩΝ]: Εισαγωγικό μάθημα στη Θεωρία Πιθανοτήτων, Απειροστικός Λογισμός, Πραγματική Ανάλυση		
<b>ΓΛΩΣΣΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ και ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ:</b>	ΕΛΛΗΝΙΚΗ		
<b>ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΠΡΟΣΦΕΡΕΤΑΙ ΣΕ ΦΟΙΤΗΤΕΣ ERASMUS</b>	ΝΑΙ [στην Αγγλική, ως υλικό μελέτης (reading course)]		
<b>ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗ ΣΕΛΙΔΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ (URL)</b>	[Καταχωρίστε ανάλογα]		

## (2) ΜΑΘΗΣΙΑΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

### Μαθησιακά Αποτελέσματα

Περιγράφονται τα μαθησιακά αποτελέσματα του μαθήματος οι συγκεκριμένες γνώσεις, δεξιότητες και ικανότητες κατάλληλου επιπέδου που θα αποκτήσουν οι φοιτητές μετά την επιτυχή ολοκλήρωση του μαθήματος.

Συμβουλευτείτε το Παράρτημα Α

- Περιγραφή του Επιπέδου των Μαθησιακών Αποτελεσμάτων για κάθε ένα κύκλο σπουδών σύμφωνα με το Πλαίσιο Προσόντων του Ευρωπαϊκού Χώρου Ανώτατης Εκπαίδευσης
- Περιγραφικοί Δείκτες Επιπέδων 6, 7 & 8 του Ευρωπαϊκού Πλαισίου Προσόντων Διά Βίου Μάθησης και το Παράρτημα Β
- Περιληπτικός Οδηγός συγγραφής Μαθησιακών Αποτελεσμάτων

### Γνώσεις:

Στόχος του μαθήματος είναι να βάλει σε αυστηρό πλαίσιο την ύλη που καλύπτεται σε εισαγωγικά μαθήματα πιθανοτήτων.

Ξεκινάει με τη προσέγγιση της μετροθεωρητικής θεωρίας πιθανοτήτων (σ-άλγεβρες, μέτρα, μετρήσιμες συναρτήσεις, ολοκλήρωμα Lebesgue, κατανομή τυχαίας μεταβλητής, θεώρημα μονότονης σύγκλισης, λήμμα Fatou, θεώρημα κυριαρχημένης σύγκλισης). Συνεχίζει με την μελέτη διαφορετικών τρόπων σύγκλισης (σχεδόν βέβαια, κατά πιθανότητα, κατά κατανομή και σε χώρους  $L^p$ ) για ακολουθίες τυχαίων μεταβλητών, όπως επίσης και με την μελέτη της έννοιας της δεσμευμένης μέσης τιμής μαζί με τις θεμελιώδεις ιδιότητες της. Ακολουθεί η θεωρία διακριτών martingales μαζί με χρόνους διακοπής και σημαντικά θεωρήματα σε αυτό το πεδίο (π.χ. θεώρημα επιλεκτικής διακοπής). Τέλος, παρουσιάζει σημαντικά οριακά θεωρήματα, όπως ο ισχυρός και ο ασθενής νόμος των μεγάλων αριθμών και το κεντρικό οριακό θεώρημα, και το θεώρημα Glivenko-Cantelli.

### Δεξιότητες:

Με την επιτυχή ολοκλήρωση του μαθήματος ο φοιτητής/τρια θα είναι σε θέση να:

- Κατανοήσει την κατασκευή των μέτρων και του ολοκληρώματος Lebesgue. Επίσης, να κατανοήσει τους διάφορους τρόπους σύγκλισης ακολουθίας τυχαίων μεταβλητών (σχεδόν βέβαια, κατά πιθανότητα, σύγκλιση στον  $L^p$  και σύγκλιση κατά κατανομή) και τα θεμελιώδη οριακά θεωρήματα (Ισχυρός/Ασθενής Νόμος Μεγάλων Αριθμών, Κεντρικό Οριακό Θεώρημα).
- Εξηγήσει τι είναι σ-άλγεβρα, τι είναι μέτρο, τι είναι τυχαία μεταβλητή, τι είναι το ολοκλήρωμα Lebesgue, τι είναι κατανομή τυχαίας μεταβλητής, τι σημαίνουν οι διάφοροι τρόποι σύγκλισης τυχαίων μεταβλητών, όπως επίσης τους βασικούς λόγους που ισχύουν τα θεμελιώδη οριακά θεωρήματα.
- Υπολογίσει πιθανότητες ενδεχομένων και άνω φράγματα για πιθανότητες ενδεχομένων.
- Υπολογίσει μέσες (και δεσμευμένες μέσες) τιμές, διασπορές, χαρακτηριστικές συναρτήσεις, οριακές κατανομές και οριακές μέσες τιμές τυχαίων μεταβλητών.
- Παραγάγει συνδυαστικές λύσεις προβλημάτων.

[Καταχωρίστε στα διαδοχικά bullets (5-10) τις δεξιότητες που αποκτά κανείς, με την ολοκλήρωση του μαθήματος, όπως π.χ. προκύπτουν από τις απαιτήσεις των εξετάσεων του μαθήματος]

#### **Γενικές Ικανότητες**

Λαμβάνοντας υπόψη τις γενικές ικανότητες που πρέπει να έχει αποκτήσει ο πτυχιούχος (όπως αυτές αναγράφονται στο Παράρτημα Διπλώματος και παρατίθενται ακολούθως) σε ποια / ποιες από αυτές αποσκοπεί το μάθημα;.

Αναζήτηση, ανάλυση και σύνθεση δεδομένων και πληροφοριών, με τη χρήση και των απαραίτητων τεχνολογιών

Προσαρμογή σε νέες καταστάσεις

Λήψη αποφάσεων

Αυτόνομη εργασία

Ομαδική εργασία

Εργασία σε διεθνές περιβάλλον

Εργασία σε διεπιστημονικό περιβάλλον

Παράγωγή νέων ερευνητικών ιδεών

Σχεδιασμός και διαχείριση έργων

Σεβασμός στη διαφορετικότητα και στην πολυπολιτισμικότητα

Σεβασμός στο φυσικό περιβάλλον

Επίδειξη κοινωνικής, επαγγελματικής και ηθικής υπευθυνότητας και ευαισθησίας σε θέματα φύλου

Άσκηση κριτικής και αυτοκριτικής

Προαγωγή της ελεύθερης, δημιουργικής και επαγωγικής σκέψης

.....

Άλλες...

.....

#### **Ικανότητες:**

Με την επιτυχή παρακολούθηση του μαθήματος καλλιεργείται η ικανότητα για:

- Αυτόνομη εργασία.
- Συνδυασμός γνώσεων και δεξιοτήτων: (α) για την ανάλυση ενός σύνθετου προβλήματος, ή (β) για την επιλογή των κατάλληλων μέσων, μεθόδων, προσεγγίσεων, με σκοπό την επίλυση ενός προβλήματος.
- Επιλογή του υπολογιστικά οικονομικότερου και πλέον αξιόπιστου τρόπου επίλυσης.
- Αναζήτηση, ανάλυση και σύνθεση δεδομένων και πληροφοριών (με χρήση των απαραίτητων τεχνολογιών), και προσαρμογή τους σε συγκεκριμένο πρόβλημα.

[Καταγράψτε τις γενικές ικανότητες που αναμένονται να αναπτυχθούν με την ολοκλήρωση του μαθήματος, μη-συσχετιζόμενες τόσο άμεσα με το αντικείμενο του μαθήματος, όσο μάλλον με τις μεθόδους, τις τεχνικές/προσεγγίσεις, και τις διδακτικές και άλλες στρατηγικές που αξιοποιούνται]

### **(3) ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ**

- Ορισμός και ιδιότητες σ-άλγεβρας. Ορισμός παραγόμενης σ-άλγεβρας. Ορισμός  $\liminf$  και  $\limsup$  ακολουθίας συνόλων, ασκήσεις.
- Ορισμός μέτρου, μετρήσιμου χώρου και ισότητα πεπερασμένων μέτρων. Περιγραφή μέτρων πιθανότητας, ασκήσεις.
- Ορισμός και ιδιότητες μετρήσιμων συναρτήσεων. Προσέγγιση μετρήσιμων συναρτήσεων και παραγόμενη σ-άλγεβρα από συναρτήσεις, ασκήσεις.
- Ορισμός και ιδιότητες ολοκληρώματος Lebesgue. Ορισμός μέσης τιμής και διασποράς τυχαίας μεταβλητής. Ανισότητες Markov, Chebyshev και Jensen, ασκήσεις.
- Ορισμός και ιδιότητες χώρων  $L_p$ ,  $p \geq 1$ . Ανισότητες Hölder, Minkowski και ορισμός συνδυακμάνσης. Τα βασικά οριακά θεωρήματα (μονότονης, κυριαρχημένης και φραγμένης σύγκλισης), ασκήσεις.
- Κατανομή τυχαίας μεταβλητής και τρόποι σύγκλισης τυχαίων μεταβλητών, ασκήσεις.

- Τα λήμματα Borel-Cantelli, ασκήσεις.
- Ο Ισχυρός και ο Ασθενής Νόμος των Μεγάλων Αριθμών, ασκήσεις.
- Χαρακτηριστικές συναρτήσεις και σύγκλιση κατανομή ακολουθίας τυχαίων μεταβλητών, ασκήσεις.
- Το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα, παραδείγματα
- Δεσμευμένες μέσες τιμές και οι θεμελιώδεις ιδιότητες τους, ασκήσεις.
- Θεωρία διακριτών martingales, χρόνοι διακοπής, φάκελοι Snell και θεώρημα επιλεκτικής διακοπής, ασκήσεις.

#### (4) ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ και ΜΑΘΗΣΙΑΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ - ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

<p><b>ΤΡΟΠΟΣ ΠΑΡΑΔΟΣΗΣ</b> Πρόσωπο με πρόσωπο, Εξ αποστάσεως εκπαίδευση κ.λπ.</p>	Πρόσωπο με πρόσωπο																							
<p><b>ΧΡΗΣΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ</b> Χρήση Τ.Π.Ε. στη Διδασκαλία, στην Εργαστηριακή Εκπαίδευση, στην Επικοινωνία με τους φοιτητές</p>	Σημειώσεις,																							
<p><b>ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ</b> Περιγράφονται αναλυτικά ο τρόπος και μέθοδοι διδασκαλίας. Διαλέξεις, Σεμινάρια, Εργαστηριακή Άσκηση, Άσκηση Πεδίου, Μελέτη &amp; ανάλυση βιβλιογραφίας, Φροντιστήριο, Πρακτική (Τοποθέτηση), Κλινική Άσκηση, Καλλιτεχνικό Εργαστήριο, Διαδραστική διδασκαλία, Εκπαιδευτικές επισκέψεις, Εκπόνηση μελέτης (project), Συγγραφή εργασίας / εργασιών, Καλλιτεχνική δημιουργία, κ.λπ.  Αναγράφονται οι ώρες μελέτης του φοιτητή για κάθε μαθησιακή δραστηριότητα καθώς και οι ώρες μη καθοδηγούμενης μελέτης σύμφωνα με τις αρχές του ECTS</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="700 1041 1032 1104">Δραστηριότητα</th> <th data-bbox="1032 1041 1367 1104">Φόρτος Εργασίας Εξαμήνου</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="700 1104 1032 1137">Διαλέξεις</td> <td data-bbox="1032 1104 1367 1137">13x4=52 ώρες</td> </tr> <tr> <td data-bbox="700 1137 1032 1171">Μελέτη</td> <td data-bbox="1032 1137 1367 1171">13x4=52 ώρες</td> </tr> <tr> <td data-bbox="700 1171 1032 1205">Εργασίες κατ' οίκον</td> <td data-bbox="1032 1171 1367 1205">0</td> </tr> <tr> <td data-bbox="700 1205 1032 1238">Εργαστήριο</td> <td data-bbox="1032 1205 1367 1238">0</td> </tr> <tr> <td data-bbox="700 1238 1032 1312">Εκπόνηση/Παρουσίαση Εργασίας</td> <td data-bbox="1032 1238 1367 1312">0</td> </tr> <tr> <td data-bbox="700 1312 1032 1388">Εκπαιδευτικές επισκέψεις</td> <td data-bbox="1032 1312 1367 1388">0</td> </tr> <tr> <td data-bbox="700 1388 1032 1422">Εξετάσεις</td> <td data-bbox="1032 1388 1367 1422">1</td> </tr> <tr> <td data-bbox="700 1422 1032 1456"></td> <td data-bbox="1032 1422 1367 1456"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="700 1456 1032 1489"></td> <td data-bbox="1032 1456 1367 1489"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="700 1489 1032 1536">Σύνολο Μαθήματος</td> <td data-bbox="1032 1489 1367 1536">104</td> </tr> </tbody> </table>	Δραστηριότητα	Φόρτος Εργασίας Εξαμήνου	Διαλέξεις	13x4=52 ώρες	Μελέτη	13x4=52 ώρες	Εργασίες κατ' οίκον	0	Εργαστήριο	0	Εκπόνηση/Παρουσίαση Εργασίας	0	Εκπαιδευτικές επισκέψεις	0	Εξετάσεις	1					Σύνολο Μαθήματος	104	
Δραστηριότητα	Φόρτος Εργασίας Εξαμήνου																							
Διαλέξεις	13x4=52 ώρες																							
Μελέτη	13x4=52 ώρες																							
Εργασίες κατ' οίκον	0																							
Εργαστήριο	0																							
Εκπόνηση/Παρουσίαση Εργασίας	0																							
Εκπαιδευτικές επισκέψεις	0																							
Εξετάσεις	1																							
Σύνολο Μαθήματος	104																							
<p><b>ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΦΟΙΤΗΤΩΝ</b> Περιγραφή της διαδικασίας αξιολόγησης  Γλώσσα Αξιολόγησης, Μέθοδοι αξιολόγησης, Διαμορφωτική ή Συμπερασματική, Δοκιμασία Πολλαπλής Επιλογής, Ερωτήσεις Σύντομης Απάντησης, Ερωτήσεις Ανάπτυξης Δοκιμίων, Επίλυση Προβλημάτων, Γραπτή Εργασία, Έκθεση / Αναφορά, Προφορική Εξέταση, Δημόσια Παρουσίαση, Εργαστηριακή Εργασία, Κλινική Εξέταση Ασθενούς, Καλλιτεχνική Ερμηνεία, Άλλη / Άλλες  Αναφέρονται ρητά προσδιορισμένα κριτήρια αξιολόγησης και εάν και που είναι προσβάσιμα από τους φοιτητές.</p>	<p>Γλώσσα Αξιολόγησης: Ελληνικά (για φοιτητές Erasmus: Αγγλικά)</p> <p>Εργασία κατ' Οίκον: 0%</p> <p>Γραπτή Εξέταση (επίλυση προβλημάτων): 100%</p> <p>Εργαστήριο: 0%</p> <p>Εκπόνηση/Παρουσίαση Εργασίας: 0%</p>																							

#### (5) ΣΥΝΙΣΤΩΜΕΝΗ-ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

**-Προτεινόμενη Βιβλιογραφία :**

- Probability with Martingales, David Williams, Cambridge Mathematical Textbooks
- Ένα δεύτερο μάθημα στις Πιθανότητες, Δημήτριος Χελιώτης, Σύνδεσμος Ελληνικών Ακαδημαϊκών Βιβλιοθηκών.

**-Συναφή επιστημονικά περιοδικά:**

- **The annals of probability**
- **Annals of applied probability**